

Internet Electronic Journal*

Nanociencia et Moletrónica

Diciembre 2009, Vol. 7, N°2, pp. 1369 -1378

Propiedades ópticas de un cristal fotónico 1-D truncado con defectos caracterizados por su grosor

J. E. Flores-Mena¹, B. Flores Desirena² y G. Mendoza González¹

¹Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Pue.,
72570, **México.**

E-mail: eflores@ece.buap.mx. gmendoza@ece.buap.mx

²Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP, Apdo. Post. 1152, 72000;
Puebla, Pue. **México.**

E-mail: benito@sirio.ifuap.buap.mx

recibido: 05.10.09

revisado: 15.11.09

publicado: 31.12.09

Citation of the article;

J. E. Flores-Mena, B. Flores Desirena y G. Mendoza González, Propiedades ópticas de un cristal fotónico 1-D truncado con defectos caracterizados por su grosor, Internet Electron. J. Nanoc. Moletrón. 2009, Vol. 7, N° 2, pp 1369 -1378

Copyright © BUAP 2009

<http://www.revista-nanociencia.ece.buap.mx>

Propiedades ópticas de un cristal fotónico 1-D truncado con defectos caracterizados por su grosor

J. E. Flores-Mena¹, B. Flores Desirena² y G. Mendoza González¹

¹Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Pue., 72570, México.

E-mail: eflores@ece.buap.mx. gmendoza@ece.buap.mx

²Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP, Apdo. Post. 1152, 72000; Puebla, Pue. México.

E-mail: benito@sirio.ifuap.buap.mx

recibido: 05.10.09

revisado: 15.11.09

publicado: 31.12.09

Internet Electron. J. Nanoc. Moletrón., 2009, Vol. 7, N° 2, pp. 1369-1378

RESUMEN

En este trabajo presentamos un estudio teórico de las propiedades ópticas de un cristal fotónico que está formado por una estructura dieléctrica del tipo $(AB)_{2N}$, a la cual se le inserta un defecto $(CD)_M$ justo a la mitad. En este reporte estamos reproduciendo los resultados de la referencia [1]. Obtenemos que cuando es incrementado el número de defectos, estados de defecto (ED) adicionales son localizados en los gaps; los cuales no fueron reportados en la referencia [1]. Esto último se logró haciendo un barrido más fino en frecuencia.

Descriptor: Estados de defecto; cristal fotónico 1D.

ABSTRACT

In this work we present a theoretical study of the optical properties of a photonic crystal that is formed by a dielectric structure of the type $(AB)_{2N}$, to which is inserted a defect $(CD)_M$ just in the middle. In this report we are extending the results published in [1]. When the number of defects is increased, additional defect states are established in the gaps, which were not reported previously. This result was obtained by applying a finer frequency sweep.

Keywords: Defect states; photonic crystals 1D.

PACS: 64.72.-y; 42.70.Qs

1. Introducción

Los cristales fotónico son estructuras dieléctricas o metálicas que son artificialmente diseñadas para controlar y manipular la propagación de la luz. Un cristal fotónico puede ser construido ya sea arreglando una estructura de huecos de aire sobre un fondo dieléctrico transparente o bien formando una estructura de materiales con índice de refracción grande embutidos en un medio transparente con índice de refracción pequeño. El tamaño de la estructura se puede estimar de manera gruesa del orden de la longitud de onda de la luz en el medio de fondo [2].

El comportamiento de la luz propagándose en un cristal fotónico puede ser entendido comparando este con la manera en que se propagan los electrones en materiales en estado sólido. Los electrones pasan atreves de una estructura de los átomos e interactúa con un potencial periódico. Esto da como resultado que se formen estados de energía permitidos y prohibidos de los electrones. La luz que se propaga en un cristal fotónico interactúa con la modulación periódica del índice de refracción. Estos trae como resultado la formación de bandas permitidas y prohibidas en longitudes de onda ópticas. Los cristales fotónico prohíben cualquier propagación de luz con longitudes de onda en la banda prohibida. La estructura de bandas depende de la geometría específica y composición de el cristal fotónico tal como le tamaño de la estructura, el diámetro de los elementos de la estructura, y el contraste en el índice de refracción. Es posible crear bandas permitidas dentro del gap de la banda introduciendo defectos puntuales o de línea en la estructura de los cristales fotónico. La luz será fuertemente confinada dentro de los defectos para longitudes de onda en el gap de la banda del cristal fotónico que rodea al defecto. Los defectos puntuales y de línea se pueden usar para resonadores ópticos y guías de ondas de cristal fotónico, respectivamente [2].

Los cristales fotónico con bandas vacías se espera serán los nuevos materiales de circuitos y dispositivos ópticos del futuro, los cuales pueden controlar el comportamiento de la luz en una escala de micras. Aunque hay interés continuo en encontrar nuevas bandas vacías de estructuras fotónicas asociadas con configuraciones estructura particulares, la reciente atención se ha enfocado en la aplicación de los cristales fotónicos. Para ser capaces de crear circuitos y dispositivos ópticos basados en cristales, su modelado electromagnético se ha vuelto una área mucho más importante de la investigación. Afortunadamente una gran conocimiento acerca de la teoría electromagnética para estructuras periódicas. Durante las pasadas décadas, varias técnicas analíticas y computacionales han sido desarrolladas para formular problemas electromagnéticos de dispersión, guía y acoplamiento en estructuras periódicas [3].

El cristal fotónico más simple es el 1D, que consiste de capas alternadas de material con diferente constante dieléctrica. Este arreglo no es una nueva idea. Lord Rayleigh [4] publico uno de los primeros análisis de las propiedades ópticas de estructuras multicapas. Este tipo de cristales fotónico pueden actuar como espejos para la luz con una frecuencia dentro de un rango especificado, y este puede localizar modos de luz si hay algún defecto en su estructura. Estos conceptos son comúnmente usados en espejos dieléctricos y filtros ópticos (Hecht and Zajac [5])

La propagación de la radiación electromagnética en medios periódicos es un tema de gran interés, ya sea desde el punto de vista fundamental como de aplicación. Las propiedades ópticas más estudiadas teóricamente son la reflexión, transmisión, absorción y el diagrama de bandas. La heteroestructura más simple es la que se compone de capas que se alternan de materiales transparentes con índices de

refracción diferentes. Debido a los recientes avances en el crecimiento de cristales, hoy en día se pueden crear estos con periodicidades bien controladas y con grosores de las capas que tan solo corresponden a pocas unidades atómicas [6].

La propagación de ondas electromagnéticas en estructuras cristalinas formadas por capas dieléctricas ha sido estudiado por muchos investigadores, por simplicidad (y siendo el caso más común) se ha supuesto que los dieléctricos utilizados son no magnéticos ($H = B$), la solución de la ecuación de onda puede ser obtenida de forma sencilla [6]. Aquí hacemos la misma consideración.

En este trabajo calculamos la transmisión en un cristal fotónico truncado $(AB)_{2N}$, a la cual se le inserta un defecto $(CD)_M$ justo a la mitad. Consideramos índices de refracción reales (medios no dispersivos) con alto contraste, cuyas constantes dieléctricas las representamos por $\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C = \varepsilon_A$ y $\varepsilon_D = \varepsilon_B$. El defecto consiste en tener grosores diferentes de C y D respecto a los de A y B , pero conservando el mismo periodo. La conexión entre las amplitudes de los campos electromagnéticos de dos capas idénticas consecutivas, la obtenemos por medio del método de matriz de transferencia, aplicando las condiciones de frontera de Maxwell en las interfaces.

Mostraremos primero que los gaps de la relación de dispersión de un cristal infinito, coinciden con los gaps mostrados en la transmisión de un cristal finito (con pocas capas), después veremos cómo las bandas de transmisión del arreglo propuesto cambian de acuerdo al número de celdas de defectos, comparamos nuestros resultados con los de la referencia [1], y finalmente, indicamos como los ED que aparecen entre las bandas permitidas de transmisión dependen del grosor de las celdas $(CD)_M$, el cual es controlado a través de la fracción de llenado, que se define como la razón del ancho de la capa de mayor índice de refracción (d_B) y el periodo del arreglo ($\Lambda = d_A + d_B$).

$$f = d_B/\Lambda. \quad (1)$$

2. Propiedades ópticas

En la figura 1, se muestra la geometría del sistema bajo estudio, es decir, el cristal fotónico truncado: $(AB)_N(CD)_M(AB)_N$, en la cual podemos ver a la izquierda el medio incidente, a la derecha el substrato o medio transmitido.

Representamos por E_i, E_r y E_t las amplitudes de la radiación incidente, reflejada y transmitida, respectivamente. Suponemos que los campos eléctricos viajan perpendicularmente a las interfaces. La coordenada de la superficie de incidencia de la heteroestructura la suponemos localizada en $z = 0$. Las interfaces de las celdas AB de la primera serie $(AB)_N$ se localizan en las posiciones $z = n\Lambda$, ($n = 1, 2, \dots, N$). Las celdas de defecto (CD) de la serie $(CD)_M$ están en las posiciones $z = N\Lambda + M\Lambda + n\Lambda$, ($m = 1, 2, \dots, M$).

Y para la segunda serie $(AB)_N$, las posiciones de sus celdas AB están dadas por $z = N\Lambda + M\Lambda + n\Lambda$, ($n = 1, 2, \dots, N$).

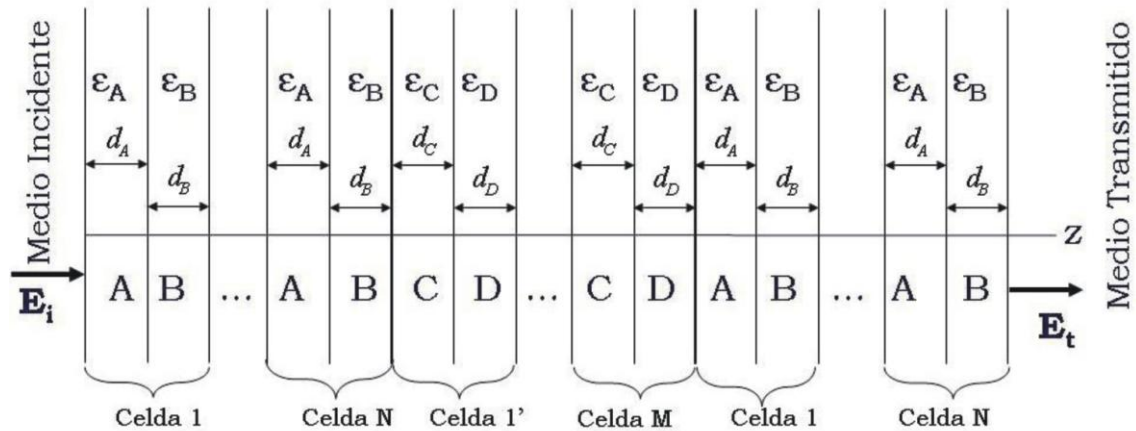


Figura 1: Estructura del cristal fotónico truncado $(AB)_{2N}$ con capas de defecto $(CD)_M$ localizadas en su centro.

Representamos el campo eléctrico de la onda electromagnética en la n -ésima celda del CF-1D por

$$E_n^{(\alpha)}(z, t) = \left[a_n^{(\alpha)} e^{-ik_\alpha z(z-n\Lambda)} + b_n^{(\alpha)} e^{ik_\alpha z(z-n\Lambda)} \right] e^{i\omega t}, \quad (2)$$

donde $k_\alpha = n_\alpha \omega / c$, es el vector de onda en la dirección z y n_α es el índice de refracción, $\alpha = 1, 2$ se refiere a las capas A y B , respectivamente; ω es la frecuencia de la onda electromagnética y c la magnitud de la velocidad de la luz en el vacío.

Con la forma del campo eléctrico (2) y de las condiciones de continuidad para las componentes tangenciales de los campos E y H en la interface de la capa B de la n -ésima celda, se obtiene

$$\begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} = M_T \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}, \quad (3)$$

hemos omitido el superíndice (α) , indicando que para las capas B s utilizaremos las letras a y b y para las capas A s otras letras; la matriz de transferencia M_T contiene la información óptica y geométrica de la celda unitaria. La ecuación (3) se puede aplicar iterativamente, conectando la primera celda con la segunda, la segunda con la tercera, etc., observándose que las amplitudes de los campos de la primer y última capa B se relaciona a través de la ecuación:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = M_T^{N-1} \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix}. \quad (4)$$

De igual forma relacionamos las amplitudes de los campos eléctricos de la primera y última capa D s de la serie de defecto $(CD)_M$

$$\begin{pmatrix} a'_1 \\ b'_1 \end{pmatrix} = M_T^{M-1} \begin{pmatrix} a'_M \\ b'_M \end{pmatrix}, \quad (5)$$

aquí también hemos quitado los superíndices, suponiendo que para las capas C s utilizamos letras diferentes.

La forma en que se relacionan las amplitudes del campo electromagnético del medio incidente con las de la capa B de la primera celda del arreglo $(AB)_N$ es:

$$\begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix} = P^{-1} Z W^{-1} U \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

Donde,

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$Z = \begin{pmatrix} e^{ik_1\Lambda} & e^{-ik_1\Lambda} \\ \frac{k_1}{k_0} e^{ik_1\Lambda} & -\frac{k_1}{k_0} e^{-ik_1\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$W = \begin{pmatrix} e^{ik_1 d_B} & e^{-ik_1 d_B} \\ e^{ik_1 d_B} & -e^{-ik_1 d_B} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$U = \begin{pmatrix} e^{ik_2 d_B} & e^{-ik_2 d_B} \\ k_2 e^{ik_2 d_B} / k_1 & -k_2 e^{-ik_2 d_B} / k_1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Ahora para conectar las amplitudes de los campos en la N -ésima capa B de la serie $(AB)_N$ con la primera capa D de $(CD)_M$, aplicamos las condiciones de frontera de Maxwell en las interfaces de la primera capa C , las cuales están en las posiciones $z = N\Lambda, N\Lambda + d_C$

$$\begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} = P^{-1} Z_p W_p^{-1} U_p \begin{pmatrix} a_1' \\ b_1' \end{pmatrix}, \quad (11)$$

observamos que las matrices son semejantes a las que aparecen en la expresión (6), solo que los vectores de onda son primados, refiriéndonos con ello al arreglo CD , y se hace también el cambio $d_A \rightarrow d_C$. En este caso las matrices las identificamos por Z_p , W_p y U_p , haciendo referencia a las matrices (8)-(10) con los cambios ya señalados. Para conectar las amplitudes de los campos de la primera capa B del arreglo $(AB)_N$ con las de la última capa D de la serie $(CD)_M$, se sustituye (11) en (4) y en la expresión resultante se sustituye (5), obteniéndose

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = M_T^{N-1} P^{-1} Z_p W_p^{-1} U_p M_T^{M-1} \begin{pmatrix} a_M' \\ b_M' \end{pmatrix} \quad (12)$$

La conexión de las amplitudes de los campos de la última capa D de la serie $(CD)_M$ con las de la última capa B del segundo arreglo $(AB)_N$ está dado por:

$$\begin{pmatrix} a_M' \\ b_M' \end{pmatrix} = P^{-1} Z_s W^{-1} U M_T^{N-1} \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix}, \quad (13)$$

donde la matriz Z_s es

$$Z_s = \begin{pmatrix} e^{ik_1\Lambda} & e^{-ik_1\Lambda} \\ k_1 e^{ik_1\Lambda} / k_2' & -k_1 e^{-ik_1\Lambda} / k_2' \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Finalmente, la conexión entre las amplitudes del campo en la última capa B con el medio transmitido o sustrato resulta:

$$\begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ k_t / k_2 \end{pmatrix} E_t, \quad (15)$$

Sustituyendo (15) en (13), la expresión resultante en (12) y esta última en (6), se obtiene

$$\begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix} = [ABCV] E_t, \quad (16)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= P^{-1} Z W^{-1} U M_T^{N-1} \\ B &= P^{-1} Z_p W_p^{-1} U_p M_T^{M-1} \\ C &= P^{-1} Z_s W^{-1} U M_T^{N-1} \\ V &= P^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ k_t/k_2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Para el cálculo de la transmisión utilizamos la siguiente expresión:

$$T = \frac{k_t}{k_0} \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2, \quad (17)$$

la cual obtenemos de la primera componente de la ecuación vectorial (16).

3. Relación de dispersión

En la determinación del diagrama de bandas $\omega = \omega(K)$ de un medio periódico infinito AB utilizamos el teorema de Bloch, de acuerdo con el cual, el campo eléctrico de un modo normal en el cristal es de la forma [6].

$$E(z, t) = E_K(z) e^{i\omega t - iKz}, \quad (18)$$

K corresponde al vector de onda de Bloch a lo largo de la dirección de crecimiento (z), además, de acuerdo al teorema $E_K(z)$ es periódica, con el mismo periodo de la red, es decir,

$$E_K(z) = E_K(z + \Lambda). \quad (19)$$

La relación de dispersión se obtiene utilizando el método de la matriz de transferencia, después, comparando su forma con la propuesta con el teorema de Bloch y de la condición de periodicidad para $E_K(z)$, de la ecuación (19), resulta

$$\begin{aligned} \cos K\Lambda &= \cos k_1 d_A \cos k_2 d_B \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{n_2}{n_1} + \frac{n_1}{n_2} \right) \sin k_1 d_A \sin k_2 d_B. \end{aligned} \quad (20)$$

Esta última expresión es válida para un medio periódico infinito, sin embargo, como veremos en la siguiente sección, la transmisión está de acuerdo con el diagrama de bandas con una estructura finita.

4. Resultados y Discusión

Para nuestra aplicación teórica hemos analizado un cristal fotónico truncado: $(AB)_{10}I(CD)_M I(AB)_{10}$ (con $M = 1,2,5$), que es el estudiado en la referencia [1]. Los parámetros que hemos utilizados son: $\Lambda = 8000\text{\AA}$, $\varepsilon_A = \varepsilon_C = 1$, $\varepsilon_B = \varepsilon_D = 13$, $d_A = d_B = 0.5\Lambda$, $d_C = (1 - f)\Lambda$ y $d_D = f\Lambda$; siendo f la fracción de llenado y que consideramos como un parámetro variable. En este trabajo normalizamos

la frecuencia y el vector de onda de Bloch a las cantidades $2\pi c/\Lambda$ y π/Λ , respectivamente.

En primer lugar mostramos que con un arreglo de 20 celdas unitarias AB , obtenemos las mismas bandas de transmisión y gaps que se obtienen para un cristal infinito, lo cual se puede observar en la figura 2. En la figura 2(a) se muestra la relación de dispersión del cristal (20), mientras que en la figura 2(b) se presenta la transmisión (17) como función de frecuencia.

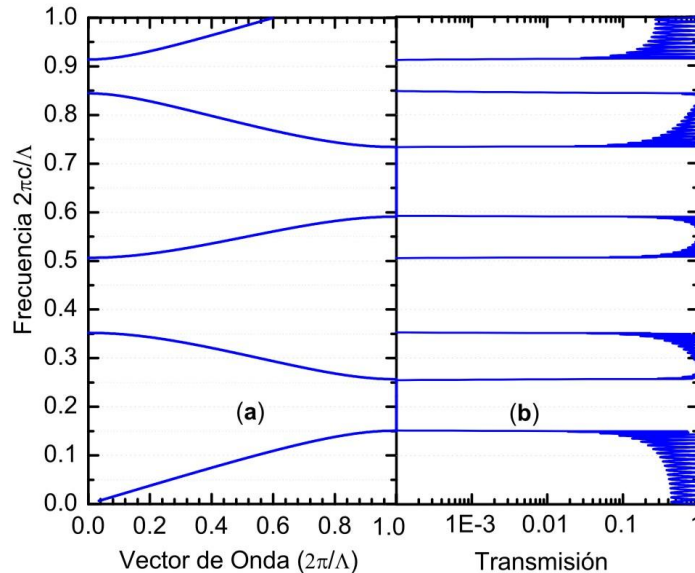


Figura 2: (a) Relación de dispersión para un cristal fotónico infinito, (b) estructura de bandas de transmisión de un arreglo finito: $(AB)_{20}$.

Incluimos ahora las capas de defecto $(CD)_M$ con una fracción de llenado fija, $f = 0.32$, la cual localizamos justo en la mitad de la estructura $(AB)_{20}$. En la figura 3(a) presentamos el caso cuando se ha incluido una celda de defecto, es decir, $M = 1$, si se compara con la figura 2(b) se observa que aparece un nivel en el segundo, tercero y cuarto gaps, dichos EDs los asociamos al defecto incluido. En la figura 3(b) se muestra el caso cuando $M = 2$, obteniéndose dos EDs localizados en el segundo y tercer gap, mientras que en el cuarto gap sigue existiendo un solo ED , el cual se mueve hacia niveles de energía bajo, si se le compara con el caso $M = 1$. En la figura 3(c), presentamos el caso $M = 5$ se observa que casi se desaparece por completo la segunda y tercera banda de transmisión, y surgen cinco EDs en el segundo gap y cuatro en el tercero.

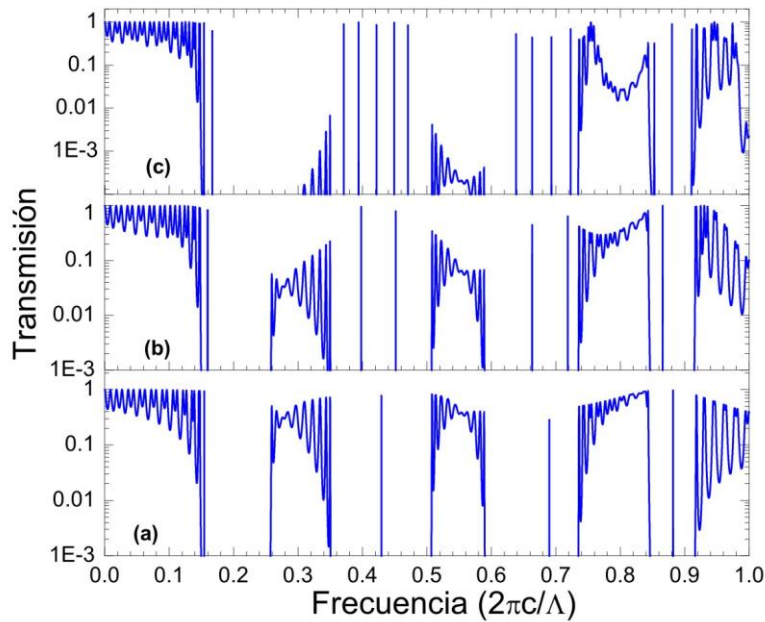


Figura 3: Bandas de transmisión del arreglo $(AB)_{10}/(CD)_M/(AB)_{10}$. (a) $M=1$, (b) $M=2$, (c) $M=5$.

Haciendo una comparación entre las graficas de la figura 3, vemos que las bandas de transmisión se van eliminando, y aparecen mas *EDs* en los gaps al aumentar el número de capas *CD*, algo importante que notamos es que en el rango de frecuencias de 0.3515 y 0.5065, el número de *EDs* coincide con el número de celdas de *CD* insertadas a la mitad del arreglo $(AB)_{20}$.

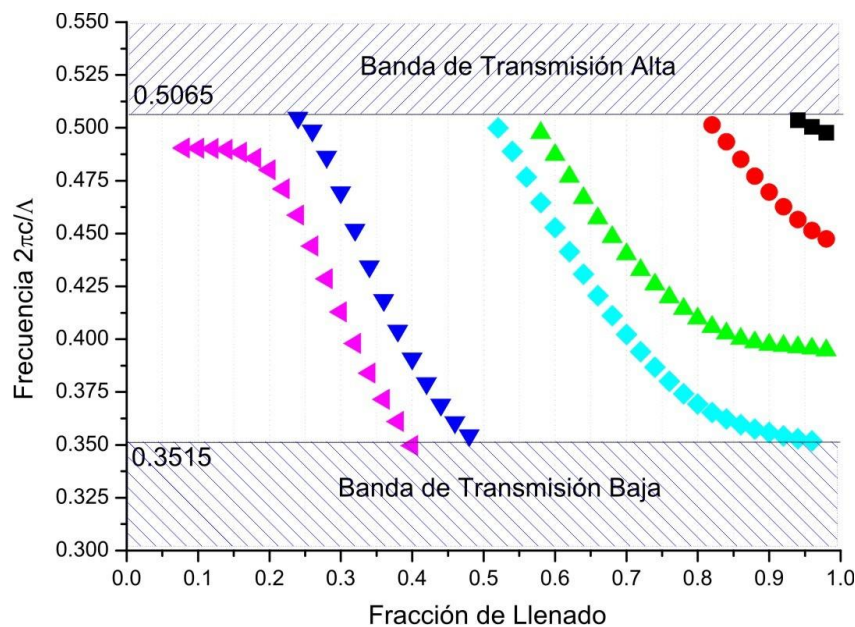


Figura 4: Corrimiento de los estados de defecto con respecto de la fracción de llenado.

Como un resultado adicional, consideramos el intervalo de frecuencias (0.3515, 0.5065) de la figura 3(b) y nos dimos a la tarea de seguir los *EDs* variando ahora la fracción de llenado desde 0.08 hasta 0.98, con un incremento de dos centésimas. Los resultados se muestran en la figura 4, donde podemos ver que antes de $f = 0.5$ solo existen dos *EDs*, los cuales se unen a la banda de transmisión más baja antes de alcanzar dicho valor, este valor de la fracción de llenado es importante porque al alcanzarse desaparecen los defectos, las celdas $(CD)_M$ llegan a tener las mismas dimensiones que las $(AB)_{20}$, y sirve como punto de discontinuidad, es decir, antes de este valor se eliminan los que aparecieron primero y después aparecen otros nuevos. Pasando 0.8 aparecen tres *EDs* y entre 0.9 y 1 aparecen cuatro, dichos niveles no es fácil distinguirlos en la figura 3(b), ya que, la primera y la última están muy pegadas a las bandas.

5. Conclusiones

Como parte del trabajo aquí presentado hemos revisado el artículo [1], y comparando con nuestros resultados concluimos que en el trabajo [1] no se reportan todos los *EDs* que surgen al insertar la estructura $(CD)_M$ (con $M = 1,2,5$) en medio de una heteroestructura $(AB)_{20}$. Encontramos un espectro más rico de *EDs*. Hemos hecho un seguimiento específico de los *EDs* como función de la fracción de llenado (f), lo cual se hizo en el intervalo de frecuencias del segundo gap (0.3515, 0.5065) cuando $M = 2$. También, encontramos que en los intervalos de f (0, 0.22), (0.41, 0.5), (0.5, 0.56) existe un solo *ED*, en los intervalos (0.23, 0.40) y (0.56, 0.81) hay dos *EDs*; mientras que en el intervalo (0.81, 0.92) se localizan tres *EDs*, finalmente en el intervalo (0.92, 1.0) existen cuatro *EDs*, ver figura 4. Como era de esperarse alrededor de $f = 0.5$ no existen *EDs* porque correspondería al sistema sin defecto. Observamos también que a medida que la estructura $(CD)_2$ se hace más densa ópticamente los *EDs* se recorren hacia más bajas frecuencias. La detección de los *EDs* adicionales no observados en [1] se logro haciendo un barrido muy fino en la frecuencia. Lo cual nos muestra que no podemos obtener reflexión completa conforme aumentamos el número de capas de defecto como se señala en [1], ya que la presencia de estos *EDs* nos indica que en estas frecuencias puntuales existe transmisión.

Agradecimientos

Uno de los autores (BFD) agradece el apoyo parcial del proyecto CONACyT con clave SEP-2004-C01-46425 y VIEP-BUAP con clave FLMJ-ING09-I .

Referencias

- [1] Jian Zi, Jun Wan and Chun Zhang, *App. Phys. Lett.* **73**, 2084 (1998).
- [2] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, Robert D. Meade, "Photonic crystals:molding the flow of light", Princeton University Press, (2008).
- [3] Kiyotoshi Yasumoto, "Electromagnetic theory and applications for photonic crystals", CRC Press Taylor & Francis Group, (2006).
- [4] Lord Rayleigh, "On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure." *Philosophical Magazine* 24:145–159(1887).
- [5] Hecht, Eugene, and Alfred Zajac. *Optics*. 3rd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1997.
- [6] Pochi Yeh, "Optical Waves in Layered Media", John WileySons, New York, 1988.